

# **Матрично-структурный подход, как инструмент анализа, моделирования и прогноза развития экономических систем.**

**ВОРОНЧУК М.М.**

Методологически большинство задачи управления экономикой и экономическими объектами разных иерархических уровней (от фирм и корпораций до отдельных государств и мира в целом) могут быть отнесены к классу задач структурно-динамического анализа, прогноза, моделирования и целенаправленного управления поведением и развитием сложных систем. Поэтому и подходить к решению этих задач необходимо с позиций современной теории таких систем, исходя из основных определяющих эту сложность признаков и свойств. В экономике, как сложной системе, основными такими признаками и свойствами являются: пространственно-временная распределённость, многоуровневая иерархичность и разветвленность структурной организации системы; множественность и разнородность её основных подсистем, блоков, составляющих их компонент и параметров состояния этих компонент; множественность и разнородность связей между всеми перечисленными атрибутами системы и создаваемых этими связями многозвенных цепочечных воздействий, которые могут образовывать замкнутые контуры таких воздействий или контуры обратной связи; наличие лагов (запаздываний) реакций элементов и параметров системы на оказываемые на них воздействия и сложность логики, определяющей взаимодействие этих элементов и последовательность происходящих с ними и параметрами их состояния событий; нестационарность состава и свойств элементов системы и параметров их состояния, переменность структуры и вида связей между ними, нелинейность и стохастичность многих связей; постепенное эволюционирование и эпизодические резкие изменения целевых установок и соответствующих им правил поведения и взаимодействия компонент и элементов системы и т.д.

Все эти свойства в разной мере присущи не только любой экономической системе в целом, но и многим её отдельным структурно-функциональным блокам и подсистемам. Кроме того, для

каждой экономической системы и любой её структурной компоненты характерно наличие у нее множества информационных, производственных, экономических и прочих связей с другими подобными системами или их компонентами, а также подверженность их воздействиям окружающей политической, социально-экономической и природной среды и ее многообразных факторов, как местного (локального и регионального), так и глобального (общегосударственного, общепланетарного и иногда даже космико-геофизического) происхождения.

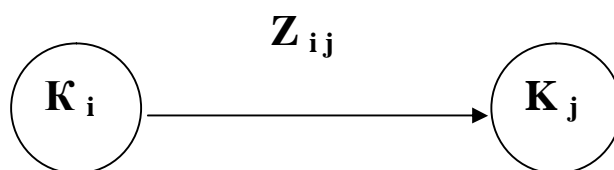
Следствием сложности экономических систем является необходимость иметь для обеспечения эффективного управления ими не только детальную информацию о строении, функционировании и взаимосвязях всех компонент и параметров этих систем и действующих на них внешних и внутренних факторах, но и располагать специальными методами и приемами учёта этой системной сложности. Главной трудностью при решении подобных задач являются ограниченные возможности человеческого мозга, не позволяющие ни отдельному высококвалифицированному специалисту, ни их группе, охватить единым мысленным взором всё свойственное таким системам огромное количество составляющих их объектов и их объединений, состояний и свойств этих объектов, особенностей их поведения, взаимодействия и взаимосвязи друг с другом. Дополнительные трудности порождаются также предметно-целевой многоаспектностью и многоплановостью задач управления экономической системой, что приводит к необходимости рассмотрения этих задач, как в каждом из существенных аспектов, так и в разных их сочетаниях в широком спектре различных предметных областей, каждой из которых свойственны свои специфические процессы самой разной природы (социальные, юридические, эколого-экономические, демографические, производственно-технологические, политические и проч.), трудно поддающиеся единообразному математическому описанию. Поэтому создание таких средств и решение на основе их использования задач управления сложной экономической

системой часто представляется неосуществимым. В то же время все чисто системные особенности строения и функционирования любой требующей эффективного управления конкретной экономической системы (такие, как состав и структура образующих её компонент, характеризующих их состояние параметров, связей между ними и проч.) совершенно не зависят от предметной специфики её подсистем и протекающих в них процессов и вполне могут быть формализованы и описаны на едином и понятном для всех предметных специалистов математическом языке. Базовая понятийная основа такого языка может быть построена на основе совместного использования основных понятий и языков математической логики и теории множеств, теории графов и теории матриц, обычной алгебры и математического анализа, а также (для учёта случайностей) теории вероятностей. Общедоступной и понятной для специалистов различных предметных областей когнитивной основой создания такого языка может стать наглядное граф-схемное изображение и соответствующее ему матрично-структурное представление состава и взаимосвязи компонент сложных систем и характеризующих их состояние параметров.

Для методологии анализа сложных экономических систем важно то, что направленными графами можно изображать не только их иерархическую структуру и определяемые ею организационные и параметрические внутренние и внешние связи системы, но и любые функциональные и причинно-следственные связи внутри систем, между системами, а также между характеризующими их состояние параметрами. Анализ таких систем может осуществляться на любом из трех уровней: **объектном**, **событийно-процессном** или **параметрическом**, а иногда и на их различных комбинациях. На объектном уровне основными компонентами и элементами системы являются составляющие ее объекты, а её функционирование рассматривается, как движение в ней потоков масс, энергии, информации и прочих субстанций между этими объектами. На событийно-процессном уровне основными компонентами сложной системы выступают

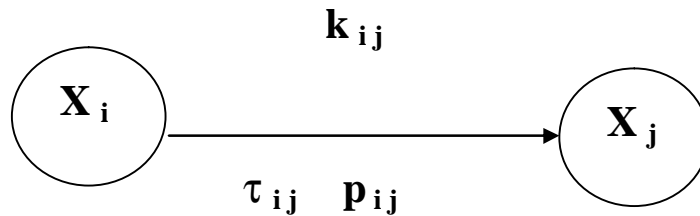
различные события или комплексы событий (процессы), а ее функционирование рассматривается как последовательность реализации таких событий или их комплексов во времени. На параметрическом уровне компонентами системы являются параметры состояния составляющих ее компонент и их элементов, а её функционирование рассматривается как реализация взаимосвязей этих параметров в системе.

Независимо от уровня, на котором осуществляется исследование системы (объектном, событийном или параметрическом) ее формализованный анализ начинается с представления системы ориентированным графом  $G$ , узлы  $U$  которого символизируют компоненты  $K$  системы, их состояния  $S$  или значения параметров  $X$  этих состояний, а ориентированные дуги  $D$  ( стрелки  $\longrightarrow$  ) - наличие направленной от одного конкретного компонента  $K_i$  к другому  $K_j$  непосредственной связи  $Z_{ij}$  между ними.



При этом  $Z_{ij}$  может означать либо знак направленной связи от  $K_i$  к  $K_j$  (тогда  $Z_{ij} = +1$  или  $Z_{ij} = -1$ ), либо коэффициент  $k_{ij}$  линейности этой связи, если  $X_j = k_{ij} * X_i$ , либо функцию  $F_{ij}$ , если  $X_j = F(X_i)$ , где  $X_i$  и  $X_j$  - параметры состояния компонент  $K_i$  и  $K_j$ . Кроме того дуги графа системы могут быть помечены ещё такими важными характеристиками её функционирования, как лаги  $\tau_{ij}$  или запаздывания, которые определяют через сколько единиц времени с момента изменения состояния компонента  $K_i$  произойдет вызванное им изменение состояния компонента  $K_j$ . Наличие лагов  $\tau_{ij}$  - характерная особенность связей любой реальной экономической системы и потому они обязательно должны рассматриваться и учитываться при анализе её функционирования. Еще одной важной характеристикой таких связей

может быть вероятность их реализации, если эти связи имеют стохастическую природу и реализуются не обязательно, а случайно - с некоторой вероятностью  $\mathbf{p}_{ij}$ . В случае необходимости на графе могут указываться все характеристики его связей.



Иллюстративный пример графа небольшой 9-компонентной системы, рассматриваемой на параметрическом уровне с детерминированными запаздывающими линейными связями между её компонентами-параметрами, приведен на рис. 1.

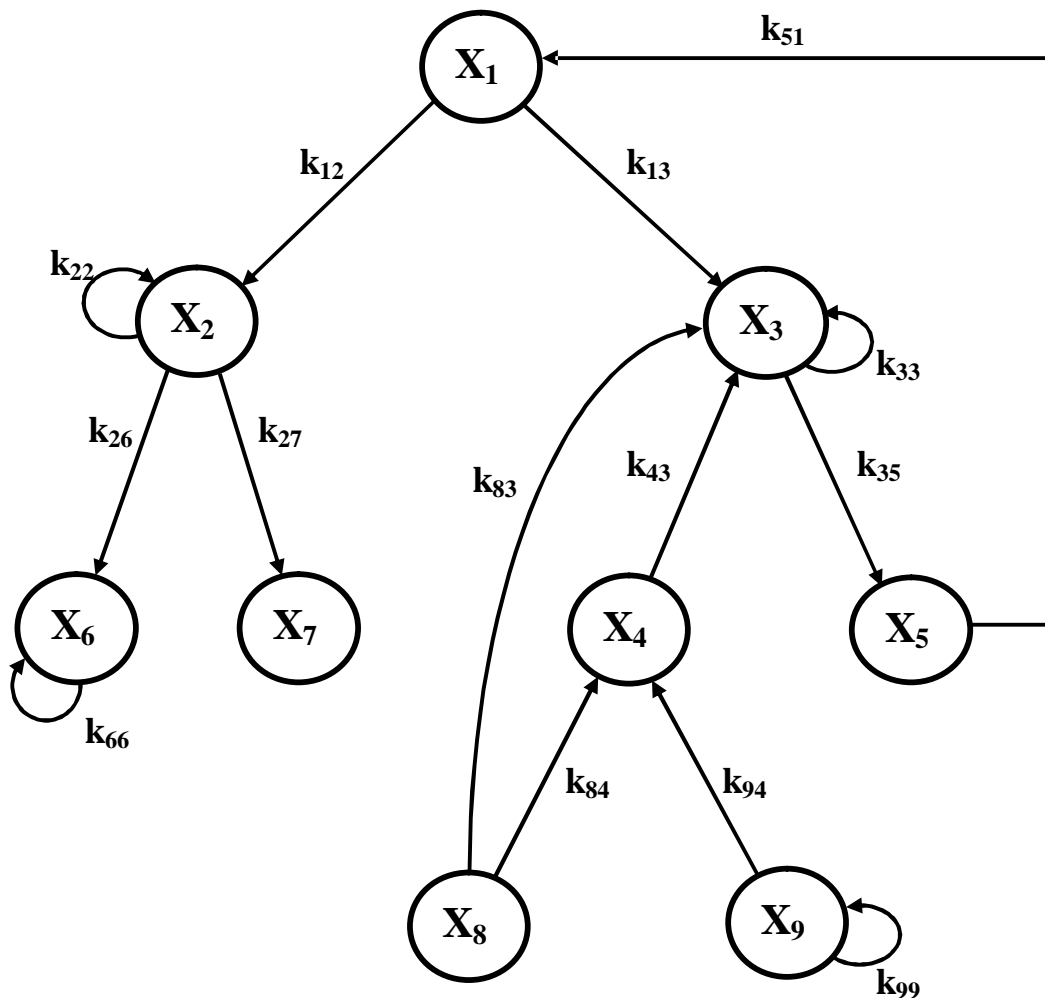


Рис.1. Граф связей параметров  $\mathbf{X}$  в 9-компонентной системе

Изображение сложной системы графом  $G$  - это первый этап ее анализа. Вторым этапом является представление этого графа соответствующей ему квадратной матрицей  $M_Z$  размерностью  $N \times N$ , где  $N$  - количество компонент системы. При таком представлении наличие связи между компонентами  $K_i$  и  $K_j$  системы отображается наличием единицы в клетке  $ij$  представляющей её матрицы  $M_Z$ , а отсутствие связи - нулем в этой клетке. Такая нуле-единичная матрица называется матрицей смежности или структурной матрицей непосредственных связей системы и служит основой для дальнейшего формализованного анализа ее функционирования. Если для системы известны не только наличие и направленность непосредственных связей  $Z_{ij}$  между ее компонентами, но и линейные коэффициенты  $k_{ij}$  этих связей, то на базе таких коэффициентов строится матрица  $k_{ij}$  их значений, которая может использоваться, как основа для количественного анализа динамики параметров системы, прогноза ее функционирования и возможного развития в ней критических ситуаций, которые могут произойти при достижении отдельными параметрами состояния компонент системы опасных значений.

Для осуществления такого анализа и прогноза нужна также матрица  $M_\tau$  лагов  $\tau_{ij}$  связей между непосредственно взаимодействующими компонентами системы или их взаимосвязанными параметрами, а для стохастических систем – матрица  $M_p$  вероятностей  $p_{ij}$  реализации этих связей. Иллюстративные примеры таких матриц, соответствующих графу системы, изображенному на рис.1, приведены на рис 2.

Детальное изучение связей и функционирования системы выполняется на третьем и четвертом этапах ее исследования. При этом на третьем этапе проводится её формализованный структурный анализ, целью которого является выявление всего комплекса, как непосредственных, так и опосредованных связей (зависимостей и влияний) между компонентами или параметрами системы, построение

$i \setminus j$	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>
X <sub>1</sub>		$k_{11}$	$k_{12}$						
X <sub>2</sub>		$k_{21}$				$k_{26}$	$k_{27}$		
X <sub>3</sub>			$k_{33}$		$k_{35}$				
X <sub>4</sub>			$k_{43}$						
X <sub>5</sub>	$k_{51}$								
X <sub>6</sub>						$k_{66}$			
X <sub>7</sub>									
X <sub>8</sub>			$k_{83}$	$k_{84}$					
X <sub>9</sub>				$k_{94}$					$k_{99}$

**Матрица коэффициентов связей**  
системы

$i \setminus j$	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>
X <sub>1</sub>	0	1	1	0	0	0	0	0	0
X <sub>2</sub>	0	1	0	0	0	1	1	0	0
X <sub>3</sub>	0	0	1	0	1	0	0	0	0
X <sub>4</sub>	0	0	1	0	0	0	0	0	0
X <sub>5</sub>	1	0	0	0	0	0	0	0	0
X <sub>6</sub>	0	0	0	0	0	1	0	0	0
X <sub>7</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X <sub>8</sub>	0	0	1	1	0	0	0	0	0
X <sub>9</sub>	0	0	0	1	0	0	0	0	1

**Структурная матрица связей**  
системы

$i \setminus j$	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>
X <sub>1</sub>		$\tau_{11}$	$\tau_{12}$						
X <sub>2</sub>		$\tau_{21}$				$\tau_{26}$	$\tau_{27}$		
X <sub>3</sub>			$\tau_{33}$		$\tau_{35}$				
X <sub>4</sub>			$\tau_{43}$						
X <sub>5</sub>	$\tau_{51}$								
X <sub>6</sub>						$\tau_{66}$			
X <sub>7</sub>									
X <sub>8</sub>			$\tau_{83}$	$\tau_{84}$					
X <sub>9</sub>				$\tau_{94}$					$\tau_{99}$

**Матрица запаздываний связей**  
системы

$i \setminus j$	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>
X <sub>1</sub>		$p_{11}$	$p_{12}$						
X <sub>2</sub>		$p_{21}$				$p_{26}$	$p_{27}$		
X <sub>3</sub>			$p_{33}$		$p_{35}$				
X <sub>4</sub>			$p_{43}$						
X <sub>5</sub>	$p_{51}$								
X <sub>6</sub>						$p_{66}$			
X <sub>7</sub>									
X <sub>8</sub>			$p_{83}$	$p_{84}$					
X <sub>9</sub>				$p_{94}$					$p_{99}$

**Матрица вероятностей реализации связей**  
системы

Рис.2. Матрицы, характеризующие интенсивность  $k_{ij}$ , структуру  $S_{ij}$ , лаги  $\tau_{ij}$  (запаздывания) и вероятности  $p_{ij}$  реализации непосредственных (исходных) связей в системе.

соответствующей этому комплексу полной матрицы всех связей системы и выделение из них замкнутых контуров таких связей. Выделение и исследование всех таких контуров очень важно, так как на уровне событий они свидетельствуют о наличии в системе так называемых порочных кругов логических правил, которые приводят к

возникновению в управлении ею неразрешимых противоречий, а на параметрическом уровне они являются одним из главных факторов, порождающих нелинейности в динамике параметров системы и могут стать причиной выхода их на критические и, даже, опасные для существования системы режимы. Построение полной матрицы связей и зависимостей системы и выделение из них всех замкнутых контуров обратной связи легко реализуются на любом персональном компьютере посредством логической обработки по специальным алгоритмам исходной структурной матрицы только непосредственных связей. Иллюстративный пример такой полной структурной матрицы связей, построенный для рассмотренной выше 9-компонентной системы по её известным непосредственным межкомпонентным связям дан на рис. 3.

<b>i \ j</b>	<b>x<sub>1</sub></b>	<b>x<sub>2</sub></b>	<b>x<sub>3</sub></b>	<b>x<sub>4</sub></b>	<b>x<sub>5</sub></b>	<b>x<sub>6</sub></b>	<b>x<sub>7</sub></b>	<b>x<sub>8</sub></b>	<b>x<sub>9</sub></b>
<b>x<sub>1</sub></b>	0	1	1	0	0	0	0	0	0
<b>x<sub>2</sub></b>	0	1	0	0	0	1	1	0	0
<b>x<sub>3</sub></b>	0	0	1	0	1	0	0	0	0
<b>x<sub>4</sub></b>	0	0	1	0	0	0	0	0	0
<b>x<sub>5</sub></b>	1	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>x<sub>6</sub></b>	0	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>x<sub>7</sub></b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>x<sub>8</sub></b>	0	0	1	1	0	0	0	0	0
<b>x<sub>9</sub></b>	0	0	0	1	0	0	0	0	1

<b>i \ j</b>	<b>x<sub>1</sub></b>	<b>x<sub>2</sub></b>	<b>x<sub>3</sub></b>	<b>x<sub>4</sub></b>	<b>x<sub>5</sub></b>	<b>x<sub>6</sub></b>	<b>x<sub>7</sub></b>	<b>x<sub>8</sub></b>	<b>x<sub>9</sub></b>	<b>n<sub>1</sub></b>	<b>n<sub>c</sub></b>	<b>n</b>
<b>x<sub>1</sub></b>	1	1	1	0	1	1	1	0	0	2	4	6
<b>x<sub>2</sub></b>	0	1	0	0	0	1	1	0	0	3	0	3
<b>x<sub>3</sub></b>	1	1	1	0	1	1	1	0	0	2	4	6
<b>x<sub>4</sub></b>	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	5	6
<b>x<sub>5</sub></b>	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	5	6
<b>x<sub>6</sub></b>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
<b>x<sub>7</sub></b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>x<sub>8</sub></b>	1	1	1	1	1	1	1	0	0	2	5	7
<b>x<sub>9</sub></b>	1	1	1	1	1	1	1	0	1	2	6	8

<b>m<sub>1</sub></b>	1	2	4	2	1	2	1	0	1	14	
<b>m<sub>c</sub></b>	5	5	2	0	5	6	6	0	0		29
<b>m</b>	6	7	6	2	6	8	7	0	1		43

Рис. 3. Исходная (слева) и полная (справа) структурные матрицы связей в системе

В левой части этого рисунка приведена структурная матрица исходных (непосредственных) связей в системе, а в правой части – полученная из неё компьютерной обработкой полная матрица всех



связей, как непосредственных, так и опосредованных. Единицы, находящиеся в любой строке  $i$  полной матрицы выделяют все элементы  $X_j$  системы, на которые влияет заглавный элемент  $X_i$  этой строки, а единицы в любом столбце  $j$  выделяют все элементы  $X_i$ , зависящие от заглавного элемента  $X_j$  этого столбца. Кроме того, справа от полной матрицы связей приведена сводная таблица, показывающая для каждого параметра  $X_i$  системы количество  $n_1$  всех, оказываемых им непосредственных воздействий на другие параметры  $X_j$  системы, количество  $n_c$  всех опосредованных воздействий разных ступеней  $C$  на другие компоненты и общее количество  $n = n_1 + n_c$  всех воздействий. Точно так же в аналогичной частной сводной таблице под этой матрицей для каждого параметра  $X_j$  системы показаны количества его непосредственных ( $m_1$ ), опосредованных ( $m_c$ ) и всех вместе ( $m = m_1 + m_c$ ) зависимостей от других параметров. Из этих сводных таблиц следует, что самым активным компонентом нашей системы является  $X_9$ , который оказывает воздействие на наибольшее (8) число других её компонент; самым зависящим является компонент  $X_6$ , который также зависит от наибольшего (8) числа других компонент, а самым пассивным и самым независимым являются соответственно элементы  $X_7$  и  $X_8$ . Между этими частными сводными таблицами приведена диагональная итоговая сводная табличка, показывающая общее число непосредственных (14), опосредованных (29) и всех вместе (43) связей в рассматриваемой 9-компонентной системе.

На четвертом этапе матрично-структурного анализа экономической системы проводится исследование динамики её параметров и даётся оценка времени возможного достижения ими критических значений. Практическая реализация последних двух этапов строится на компьютерной обработке по специальным алгоритмам структурной нуле-единичной матрицы непосредственных связей в системе, матрицы лагов этих связей и матрицы линейных коэффициентов, характеризующих интенсивность этих связей. Використання у якості початкових

(первинних) даних матриць характеристик тільки безпосередніх зв'язків в системі набагато полегшує і прискорює діагностичне дослідження, моделювання та прогноз поведінки цієї системи.

Построенная на третьем этапе исследования системы полная структурная матрица  $M^{(C)}_Z$  всех её связей оказывается очень полезной и при выборе тех элементов системы, воздействуя на которые можно управлять режимом её функционирования. Для облегчения такого выбора необходимо единицы в поле этой матрицы, которые только констатируют наличие связи между отдельными парами элементов системы, заменить легко определяемыми по специальному алгоритму номерами  $C$  ступеней этой связи. Полученная таким образом новая структурная матрица называется матрицей ступеней связей в системе и даёт возможность определить для любого её компонента  $X_i$  все цепочки его последовательного воздействия на другие компоненты  $X_j$  системы, а для любого компонента  $X_j$  – все цепочки его зависимости от различных компонент  $X_i$  этой системы. Для рассматриваемой нами иллюстративной 9-компонентной системы такая матрица ступеней связи приведена на рис.4.

$i \setminus j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$
$x_1$	3	1	1		2	2	2		
$x_2$		1			0	1	1		
$x_3$	2	3	1		1	4	4		
$x_4$	3	4	1		2	5	5		
$x_5$	1	2	2		3	3	3		
$x_6$						1			
$x_7$									
$x_8$	3	4	1	1	2	5	5		
$x_9$	4	5	2	1	3	6	6		1

Рис.4. Матрица ступеней связей (по строкам - воздействий, по столбцам - зависимостей) в системе

Из этой матрицы следует, что цепочка последовательных воздействий  $\in^C$  разных ступеней  $C$  самого активного компонента  $X_9$  системы на другие её компоненты имеет вид

$$X_9 \in^1 (X_9, X_4) \in^2 X_3 \in^3 (X_3, X_5) \in^4 X_1 \in^5 X_2 \in^6 (X_2, X_6, X_7) \quad ,$$

а цепочка зависимостей  $\zeta^C$  разных ступеней  $C$  самого зависимого компонента  $X_6$  системы от других её компонент – вид

$$X_6(X_6) \zeta^1 X_2(X_2) \zeta^2 X_1 \zeta^3 X_5 \zeta^4 X_3(X_3) \zeta^5 (X_8, (X_4 \zeta^6 (X_8, X_9(X_9))).$$

Важно отметить, что при наличии в системе многозвенных замкнутых контуров обратной связи полная структурная матрица связей системы легко может быть легко разложена на две составляющие: симметричную матрицу  $M^{(C)}_{SZ}$  замкнутых в контур цепочек связи и несимметричную матрицу  $M^{(C)}_{UZ}$  незамкнутых цепочек связи. Пример такого разложения полной структурной матрицы на симметричную и несимметричную составляющие для рассматриваемой иллюстративной системы приведен на рис.5.

$j \quad i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$
$x_1$	1		1		1				
$x_2$		1							
$x_3$	1		1		1				
$x_4$									
$x_5$	1		1		1				
$x_6$						1			
$x_7$									
$x_8$									
$x_9$									1

**Симметричная** составляющая полной структурной матрицы связей системы

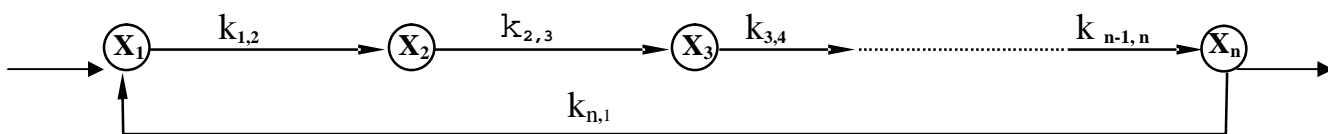
$i \quad j$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$
$x_1$		1				1	1		
$x_2$						1	1		
$x_3$		1				1	1		
$x_4$	1	1	1		1	1	1		
$x_5$		1				1	1		
$x_6$									
$x_7$									
$x_8$	1	1	1	1	1	1	1		
$x_9$	1	1	1	1	1	1	1		

**Несимметричная** составляющая полной структурной матрицы связей системы

Рис. 5. Структурные матрицы замкнутых (слева) и разомкнутых (справа) цепочек связей в системе

В частности из расположения единиц в поле симметричной составляющей полной матрицы связей этой системы следует, что в ней имеется единственный контур обратной связи, который образован компонентами  $X_1, X_3, X_5$ . Аналогичным образом расположение единиц в поле её несимметричной составляющей свидетельствует о том, что порождаемые этим контуром нелинейности будут распространяться через принадлежащий ему параметр  $X_1$  на зависящие от него параметры  $X_2, X_6, X_7$ .

Выделение в явном виде симметрической составляющей  $M^{(C)}_{SZ}$  полной структурной матрицы  $M^{(C)}_{SZ}$  связей системы автоматически определяет все имеющиеся в ней контуры замкнутых обратных связей и при наличии данных о линейных коэффициентах  $k_{ij}$  связи между непосредственно связанными параметрами системы позволяет детально их исследовать. При этом для любого замкнутого контура с  $n$  звеньями связи



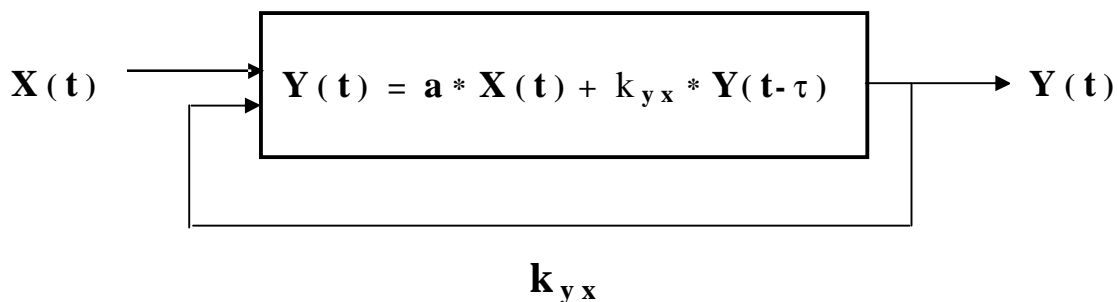
коэффициентами  $k_{12}, k_{23}, \dots, k_{n-1,n}, k_{n1}$  этих связей и лагами  $\tau_{12}, \tau_{23}, \dots, \tau_{n-1,n}, \tau_{n1}$  в каждом из таких звеньев, общий коэффициент  $k_{1n}$  обратной связи в образуемом ими контуре равен произведению

$$k_{1n} = k_{12} * k_{23} * \dots * k_{n-1,n} * k_{n1} ,$$

общий лаг  $\tau_{1n}$  этого контура определяется суммой

$$\tau_{1n} = \tau_{12} + \tau_{23} + \dots + \tau_{n-1,n} + \tau_{n1} ,$$

а сам контур в общем случае может быть представлен в компактной форме



Выделение и всестороннее исследование таких замкнутых контуров обратной связи позволяет выявить те из них, которые при определённых значениях общего коэффициента  $k_{yx} = k_{1n}$  связи этого контура могут стать причиной возникновения в системе критических ситуаций. Пример такого исследования простейшего замкнутого контура при различных значениях коэффициента обратной связи  $k$  и при фиксированном запаздывании  $\tau = 3$  приведен на рис. 6.

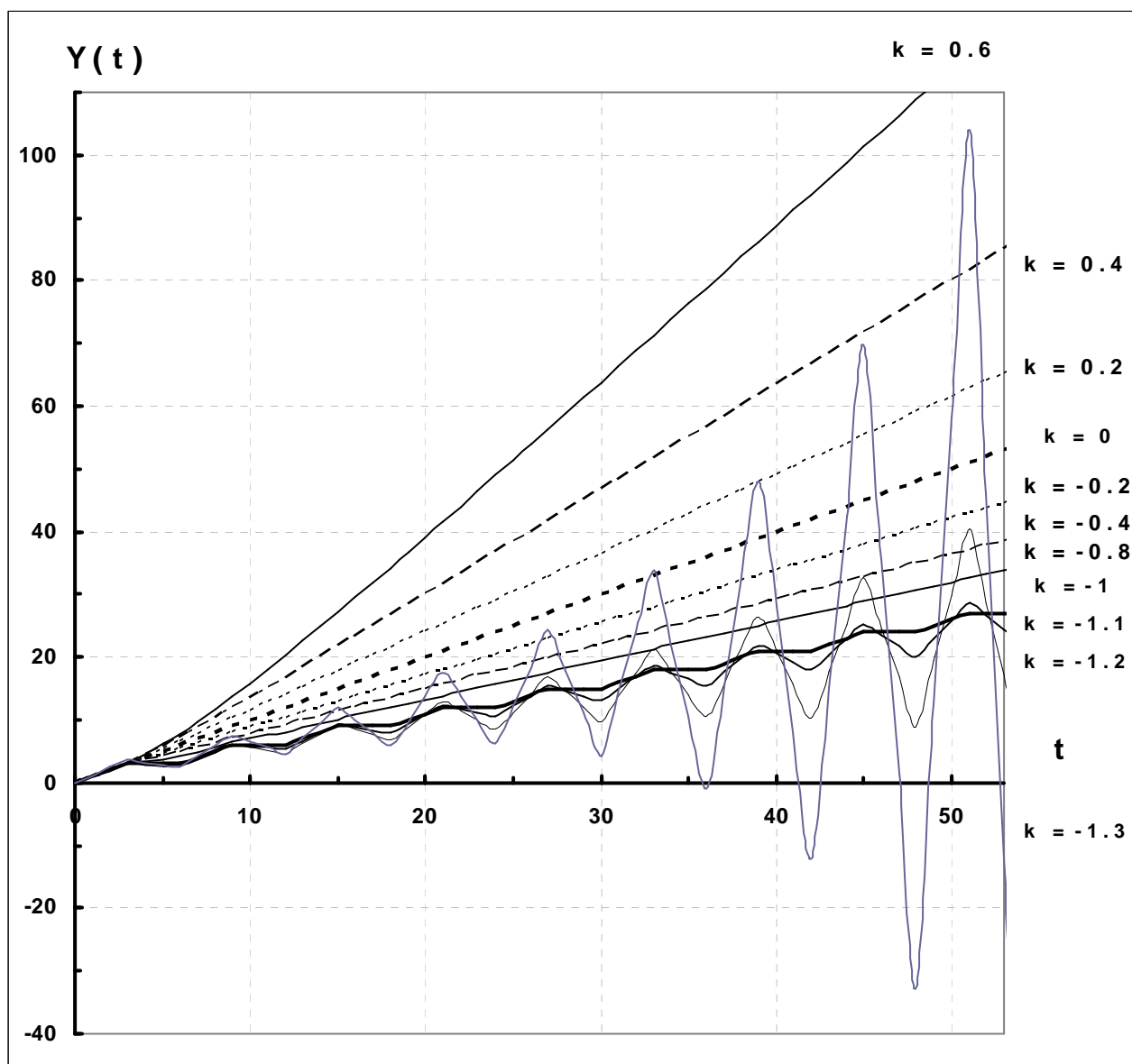


Рис. 6. Эффекты влияния знака и величины коэффициента обратной связи  $k$  на динамику выхода  $Y(t)$  системы с такой связью

Так, при отрицательном общем коэффициенте  $k_{yx} < 0$  обратной связи с запаздыванием  $\tau$ , в системе возникают либо затухающие

(при  $-1 < k_{yx} < 0$ ), либо постоянные (при  $k_{yx} = -1$ ), либо возрастающие по амплитуде (при  $k_{yx} < -1$ ) циклические колебания с периодом  $L = 2 \cdot \tau$ . Именно этот механизм действия обратной связи может быть причиной возникновения долгопериодных циклических колебаний (длинных волн) многих важных параметров крупных экономических, эколого-экономических, производственно-технических и прочих сложных систем. Поэтому появление в системе циклических колебаний с периодом  $L$  какого либо важного для неё параметра  $X$  может свидетельствовать о наличии в ней содержащего этот параметр  $X$  замкнутого контура внутрисистемных связей с общеконтурным запаздыванием  $\tau = L / 2$ , что может помочь выявить этот контур и путём корректировки параметров образующих его регулируемых связей либо устранить порождаемые им циклические колебания либо уменьшить их возможные неблагоприятные последствия.

Кроме того, из рис. 6 также видно, что при наличии в системе замкнутого контура с положительным коэффициентом обратной связи, т.е. при  $k > 0$ , принадлежащие этому контуру параметры состояния системы начинают быстро возрастать (особенно при  $k > 1$ ), что с течением времени может привести к возникновению в системе критических ситуаций. Примерами таких ситуаций являются безудержный рост цен на энергию, энергоносители и связанные с их использованием энергоёмкие товары и услуги, возникновение инфляции, рост безработицы и вспышки недовольства населения, которые при достижении определённых критических уровней могут привести к социальному взрыву, нарастанию нестабильности и разрушению виновной в этом политической системы.

На рис 6 показаны также и другие характерные эффекты зависимости поведения выхода  $Y(t)$  простейшего замкнутого контура обратной связи  $Y(t) = X(t) + k \cdot Y(t - \tau)$  с запаздыванием  $\tau = 3$  от знака и величины коэффициента  $k$  этой связи. В частности, жирной пунктирной линии на этом рисунке соответствует случай отсутствия обратной связи, для которого  $k = 0$ . При  $k = -1$  на выходе контура появляются колебания с постоянной амплитудой и периодом  $L = 2 \cdot \tau$ , которые при дальнейшем уменьшении  $k$  резко увеличивают свою

амплитуду, что со временем также, как и при  $k > 1$  может привести к разрушению системы.

Следует подчеркнуть, что рассмотренные выше структурные матрицы связей в системе вместе с матрицами  $M_k$  коэффициентов интенсивности этих связей (линейных коэффициентов  $k_{ij}$ ), матрицей  $M_\tau$  лагов  $\tau_{ij}$  этих связей и матрицей  $M_p$  вероятностей  $p_{ij}$  их реализации позволяют не только проводить общий и детализированный анализ функционирования системы, но и осуществлять средствами стандартного матричного исчисления прогноз возможного изменения параметров её состояния во времени, для чего также достаточно располагать лишь предисторией изменения параметров  $X$  системы во времени и матрицами  $M_k$  и  $M_\tau$  основных характеристик непосредственных связей между ними. При решении задач управления экономической системой посредством изменения её регулируемых параметров  $X_i$  или коэффициентов  $k_{ij}$  их связи с другими параметрами, можно подобрать такие их значения, которые обеспечат стабильность функционирования этой системы и предупредят её возможное попадание в опасные или критические ситуации.

В заключение отметим, что использование описанных выше средств матрично-структурного анализа сложных систем позволяет:

- обеспечить возможность наглядного, легко интерпретируемого и поддающегося компьютерной обработке представления состава, структуры и взаимодействия компонент любой экономической системы, взаимосвязей характеризующих их состояние параметров и логической связи всех происходящих с этими компонентами и параметрами их состояния событий;
- обеспечить открытость описания экономической системы, т.е. возможность учета ее взаимодействия и связи с другими аналогичными системами и окружающей средой;
- обеспечить возможность самостоятельного автономного моделирования и диагностического анализа отдельных подсистем и блоков экономической системы специалистами соответствующих предметных областей, а также последующей стыковки и объединения отдельных моделей в единую общую модель с полным учетом всех связей между их компонентами и параметрами состояния;

- обеспечить возможность произвольного агрегирования (объединения) и дезагрегирования (декомпозиции) состава компонент и параметров экономической системы и взаимодействующих с ней других систем, их согласованного рассмотрения в разных пространственно-временных масштабах и в различных смысловых разрезах /территориальном, отраслевом и др. /;
- обеспечить возможность оперативного выявления и анализа для любых компонент и параметров экономической системы всех их опосредственных связей и зависимостей по известным непосредственным связям между ними, что позволяет существенно сократить объем работ по первоначальному описанию её функционирования , а также вычленить все длинные цепочки таких опосредованных зависимостей и все образуемые ими контуры обратной связи, которые определяют многие важные особенности поведения системы;
- обеспечить возможность проведения на базе выявленных связей полного структурного анализа взаимодействий компонент системы и взаимосвязей всех ее параметров, а также построения математических моделей этих взаимодействий и связей с учетом присущих им запаздываний (лагов);
- осуществлять моделирование и прогноз возможного поведения экономической системы или её компонент при оказании на неё различных управляющих или возмущающих воздействий.

Кроме этого матрично-структурный подход позволяет отражать в модели экономической системы не только все ее важные функциональные компоненты и параметры состояния, но и управляющие их поведением логические блоки и различные условия, реализующие принятые в системе "правила игры" (общегосударственные, ведомственные организационно-правовые, юридические и прочие нормы и правила, которые регламентируют работу компонент системы), а также наличие в системе элементов случайности в виде случайно возникающих или исчезающих компонент, их параметров состояния или связей между ними. Для учета этой случайности достаточно ввести в матрично-структурное представление системы соответствующие случайным связям вероятности их реализации.

На основе средств матрично-структурного представления любую сложную экономическую систему и её компоненты можно моделировать, как на отдельных содержательных уровнях (**объектном,**



